NÚMEROS NATURALES.- Son los números que utilizamos habitualmente para contar objetos. Se representan por: $\mathbb{N} = \{ 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, \dots \}$.

NÚMEROS ENTEROS.- Son los números que se obtienen al restar números naturales. Se representan por: $\mathbb{Z} = \{ \dots , -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, \dots \}$.

NÚMEROS RACIONALES.- Son los números que representar el cociente o división de dos números enteros (*"con el divisor distinto de cero"*). Estos números se pueden representar mediante fracciones, o mediante números decimales. Se representan por $\mathbb{Q}$.

Ejemplos: $\frac{2}{5}; 0,6; \frac{5}{10}; 0,1\overset{\frown}{32}$

☞ Existen números decimales que no son racionales.

Ejemplos: $0,01001000100001...; \sqrt{2}; \pi$

FRACCIÓN[1] de números enteros a, b, es $\frac{a}{b}$. Donde a se denomina **NUMERADOR**, y b **DENOMINADOR**, a y b son números entero, y b es distinto de cero. Además, dicha fracción representa al número racional que se obtiene al efectuar la división a **:** b.

FRACCIONES EQUIVALENTES $\frac{a}{b} y \frac{c}{d}$, son aquellas que representan un mismo número decimal, es decir que cumplen que $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$.

☞ Un método práctico de conocer si dos fracciones $\frac{a}{b} y \frac{c}{d}$ son equivalentes es:

$\frac{a}{b} y \frac{c}{d}$ son equivalentes SI Y SOLO SI $a \bullet d = b \bullet c$.

Ejemplo: $\frac{2}{5} = \frac{6}{15}$ puesto que $2 \bullet 15 = 5 \bullet 6$

☞ Un método práctico de obtener fracciones equivalentes a la fracción $\frac{a}{b}$ es MULTIPLICAR (*"ampliación"*) o DIVIDIR (*"reducción"*) el numerador y el denominador por un mismo número.

Ejemplo: $\frac{6}{15} = \frac{6/3}{15/3} = \frac{2}{5} = \frac{2 \bullet 7}{5 \bullet 7} = \frac{14}{35}$

[1] *La **representación gráfica** de fracciones, la expondremos en el resumen del tema 2.*

☞ Teniendo en cuenta la regla de los signos de la división de los números enteros:

(+/+) = +; **(+/-) = -;** **(-/+) = -;** **(-/-) = +;**

Una fracción $\frac{a}{b}$ es positiva si a y b son dos números positivos o dos números negativos.

Una fracción $\frac{a}{b}$ es negativa si uno de los números a y b es positivo y el otro negativo.

Además, cualquier fracción negativa se puede representar mediante el signo menos delante de la fracción y utilizando los valores absolutos ("positivos") del numerador y del denominador:

Ejemplo: $\frac{-2}{5} = \frac{2}{-5} = -\frac{2}{5}$

("esta última representación es la que utilizaremos habitualmente")

☞ Para comparación de fracciones $\frac{a}{b}$ y $\frac{c}{d}$. Obtenemos, dos fracciones equivalentes:

$\frac{a}{b} = \frac{u}{m}$ y $\frac{c}{d} = \frac{v}{m}$

m es múltiplo común ("positivo") de a y de b (*"se utiliza el m.c.m.(a,b)"*).

u = $\frac{m}{b} \bullet a$

v = $\frac{m}{d} \bullet c$

Y comparamos u y v.

1) Si u < v, entonces $\frac{a}{b} < \frac{c}{d}$.

2) Si u > v, entonces $\frac{a}{b} > \frac{c}{d}$.

Ejemplo: $\frac{-3}{5} < \frac{-2}{6}$, puesto que $\frac{-3}{5} = \frac{-18}{30}$; $\frac{-2}{6} = \frac{-10}{30}$ y **-18 < -10**

OPERACIONES CON FRACCIONES:

SUMA DE FRACCIONES: $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{\left(\frac{m.c.m.(b,d)}{b}\right)\bullet a + \left(\frac{m.c.m.(b,d)}{d}\right)\bullet c}{m.c.m.(b,d)}$

PRODUCTO DE FRACCIONES: $\frac{a}{b}\bullet\frac{c}{d} = \frac{a\bullet c}{b\bullet d}$

Ejemplos: $\frac{2}{5}+\frac{7}{5}=\frac{2+7}{5}=\frac{9}{5}$

$$\frac{2}{10}+\frac{3}{12}=\frac{\frac{60}{10}\bullet 2+\frac{60}{12}\bullet 3}{60}=\frac{12+15}{60}=\frac{27}{60}=\frac{3}{10}$$

$$\frac{2}{5}\bullet\frac{3}{7}=\frac{2\bullet 3}{5\bullet 7}=\frac{6}{35}$$

PROPIEDADES DE LA SUMA:	
Conmutativa.- $\frac{a}{b}+\frac{c}{d}=\frac{c}{d}+\frac{a}{b}$	Conmutativa.- $\frac{a}{b}\bullet\frac{c}{d}=\frac{c}{d}\bullet\frac{a}{b}$
Asociativa. $\frac{a}{b}+\left(\frac{c}{d}+\frac{e}{f}\right)=\left(\frac{c}{d}+\frac{a}{b}\right)+\frac{e}{f}$	Asociativa.- $\frac{a}{b}\bullet\left(\frac{c}{d}\bullet\frac{e}{f}\right)=\left(\frac{c}{d}\bullet\frac{a}{b}\right)\bullet\frac{e}{f}$
E. Neutro.- $\frac{a}{b}+0=0+\frac{a}{b}=\frac{a}{b}$	E. Neutro.- $\frac{a}{b}\bullet 1=1\bullet\frac{a}{b}=\frac{a}{b}$
E. Opuesto.- $\frac{a}{b}+\left(-\frac{a}{b}\right)=\frac{a}{b}-\frac{a}{b}=0$	E. Inverso.- $\frac{a}{b}\bullet\left(\frac{a}{b}\right)^{-1}=\frac{a}{b}\bullet\frac{1}{\left(\frac{a}{b}\right)}=\frac{a}{b}\bullet\frac{b}{a}=1$
Distributiva.- $\frac{a}{b}\bullet\left(\frac{c}{d}+\frac{e}{f}\right)=\frac{a}{b}\bullet\frac{c}{d}+\frac{a}{b}\bullet\frac{e}{f}$	

☞ Teniendo en cuenta que:

1) La RESTA de FRACCIONES, se puede poner como SUMA de una FRACCIÓN OPUESTA, es decir:

$$\frac{a}{b}-\frac{c}{d}=\frac{a}{b}+\left(-\frac{a}{b}\right)$$

2) La DIVISIÓN de FRACCIONES, se puede poner como PRODUCTO DE UNA FRACCIÓN INVERSA, es decir:

$$\frac{a}{b}:\frac{c}{d}=\frac{a\bullet d}{b\bullet c}=\frac{a}{b}\bullet\frac{d}{c}=\frac{a}{b}\bullet\left(\frac{c}{d}\right)^{-1}$$

Podemos considerar la RESTA, y la DIVISIÓN de FRACCIONES, como casos particulares de la SUMA y del PRODUCTO respectivamente.

PROPIEDADES DE LAS OPERACIONES CON POTENCIAS ENTERAS DE FRACCIONES:

Si n es un número entero:

- $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$

  Ejemplos:

  $$\left(\frac{2}{5}\right)^3 = \frac{2^3}{5^3}; \quad \left(-\frac{4}{3}\right)^5 = -\frac{4^5}{5^5}; \quad \left(\frac{7}{3}\right)^{-4} = \frac{7^{-4}}{3^{-4}} = \frac{\frac{1}{7^4}}{\frac{1}{3^4}} = \frac{3^4}{7^4}$$

  ☞ *Observa: Si n es un número par, el resultado siempre es positivo, y si n es un número positivo impar, si* $\frac{a}{b}$ *es positivo, el resultado es positivo, y si* $\frac{a}{b}$ *es negativo el resultado es negativo.*

  ☞ *Además, si n es un número positivo:* $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \frac{b^n}{a^n}$

- $\left(\frac{a}{b}\right)^n \bullet \left(\frac{a}{b}\right)^m = \left(\frac{a}{b}\right)^{n+m}$

  Ejemplo: $\left(\frac{2}{5}\right)^4 \bullet \left(\frac{2}{5}\right)^{-2} = \left(\frac{2}{5}\right)^{4+(-2)} = \left(\frac{2}{5}\right)^2;$

- $\left(\frac{a}{b}\right)^n : \left(\frac{a}{b}\right)^m = \left(\frac{a}{b}\right)^{n-m}$

  Ejemplo: $\left(\frac{2}{5}\right)^4 : \left(\frac{2}{5}\right)^{-2} = \left(\frac{2}{5}\right)^{4-(-2)} = \left(\frac{2}{5}\right)^6;$

- $\left(\left(\frac{a}{b}\right)^n\right)^m \left(\frac{a}{b}\right)^{n\bullet m}$

  Ejemplo: $\left(\left(\frac{2}{5}\right)^4\right)^{-2} \left(\frac{2}{5}\right)^{4\bullet(-2)} = \left(\frac{2}{5}\right)^{-6};$